

Пример 1: копирование

Машина Тьюринга получает на вход слово w в алфавите $\Sigma = \{a, b\}$ и копирует его через новый символ $*$. Например, если $w = abaa$, то получится $abaa * abaa$.

В программе используются следующие обозначения: $\alpha \in \{a, b\}, \beta \in \{a, b, *\}$.

1) Поставить символ $*$ после w .

$$\begin{aligned}q_0, \alpha &\rightarrow q_0, \alpha, +1 \\q_0, \Lambda &\rightarrow q_1, *, -1 \\q_1, \alpha &\rightarrow q_1, \alpha, -1 \\q_1, \Lambda &\rightarrow q_2, \Lambda, +1\end{aligned}$$

2) Основной цикл. Пометить символ, запомнить его в состоянии, скопировать, вернуться к помеченному символу.

$$\begin{aligned}q_2, \alpha &\rightarrow q_3^\alpha, \alpha', +1 \\q_3^\alpha, \beta &\rightarrow q_3^\alpha, \beta, +1 \\q_3^\alpha, \Lambda &\rightarrow q_4, \alpha, -1 \\q_4, \beta &\rightarrow q_4, \beta, -1 \\q_4, \alpha' &\rightarrow q_2, \alpha, +1\end{aligned}$$

3) Остановка. Если обзревается $*$, то w скопировано.

$$q_2, * \rightarrow q_f, *, 0$$

В программе используются сокращённые обозначения. В каждом правиле вместо α подставляются символы a или b , а вместо β — символы a, b или $*$. При этом вместо каждого символа подставляется одно и та же буква. Например,

$$q_2, \alpha \rightarrow q_3^\alpha, \alpha', +1$$

служит сокращённой записью двух правил

$$q_2, a \rightarrow q_3^a, a', +1, \quad q_2, b \rightarrow q_3^b, b', +1,$$

а запись

$$q_3^\alpha, \beta \rightarrow q_3^\alpha, \beta, +1$$

является сокращением для шести правил

$$\begin{aligned}q_3^a, a &\rightarrow q_3^a, a, +1, & q_3^b, a &\rightarrow q_3^b, a, +1, \\q_3^a, b &\rightarrow q_3^a, b, +1, & q_3^b, b &\rightarrow q_3^b, b, +1, \\q_3^a, * &\rightarrow q_3^a, *, +1, & q_3^b, * &\rightarrow q_3^b, *, +1.\end{aligned}$$

Пример 2: умножение

Машина Тьюринга получает на вход два числа в унарной системе, разделённые символом $*$, и вычисляет их произведение. Число x кодируется как x палочек, в частности число 0 кодируется как пустое слово. Входное слово имеет вид $|^x * |^y$, а выходное — $|^{xy}$. Например, если на вход подаётся $|| * |||$, то получается $|||||$.

1) Поставить символ $\#$ в конце входа.

$$\begin{aligned}q_0, \alpha &\rightarrow q_0, \alpha, +1, & \alpha \neq \Lambda \\q_0, \Lambda &\rightarrow q_1, \#, -1 \\q_1, \alpha &\rightarrow q_1, \alpha, -1, & \alpha \neq \Lambda \\q_1, \Lambda &\rightarrow q_2, \Lambda, +1\end{aligned}$$

2) Основной цикл. Уменьшить x на единицу и скопировать y в конец.

$$\begin{aligned}q_2, | &\rightarrow q_3, \Lambda, +1 \\q_3, \beta &\rightarrow q_3, \beta, +1, & \beta \neq * \\q_3, * &\rightarrow q_4, *, +1\end{aligned}$$

1) Вложенный цикл. Отметить палочку в y , скопировать её в конец и вернуться назад.

$$\begin{aligned}q_4, | &\rightarrow q_5, |', +1 \\q_5, \alpha &\rightarrow q_5, \alpha, +1, & \alpha \neq \Lambda \\q_5, \Lambda &\rightarrow q_6, |, -1 \\q_6, \gamma &\rightarrow q_6, \gamma, +1, & \gamma \neq |' \\q_6, |' &\rightarrow q_4, |, +1\end{aligned}$$

2) Конец внутреннего цикла. Если обозревается $\#$, то y скопирован.

$$\begin{aligned}q_4, \# &\rightarrow q_7, \#, -1 \\q_7, \alpha &\rightarrow q_7, \alpha, -1, & \alpha \neq \Lambda \\q_7, \Lambda &\rightarrow q_2, \Lambda, +1\end{aligned}$$

3) Конец главного цикла. Если обозревается $*$, то умножение закончено. Стереть y и остановиться.

$$\begin{aligned}q_2, * &\rightarrow q_8, \Lambda, +1 \\q_8, | &\rightarrow q_8, |, +1 \\q_8, \# &\rightarrow q_f, \Lambda, +1\end{aligned}$$