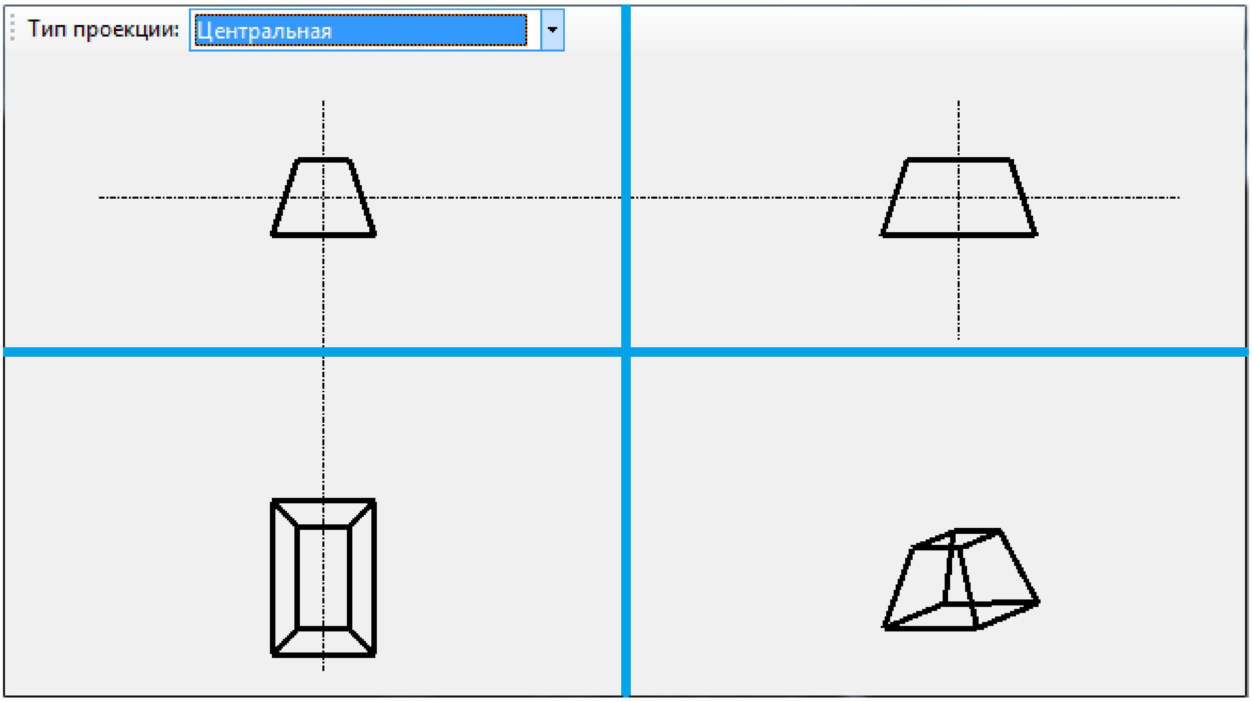
Аффинные преобразования в пространстве

Требования к программе

1. Окно поделить на 4 части одинаковые части:
   1.1. На верхней левой части должна отображаться фронтальная проекция (вид спереди);
   1.2. Правая верхняя часть – профильная проекция (вид сбоку);
   1.3. Левая нижняя часть должна отображать вид сверху (горизонтальную проекцию);
   1.4. На правой нижней части должна отображаться проекция, вид которой выбирает пользователь: центральная, косоугольная кабинетная, косоугольная свободная, параллельная, ортографическая.

Пример внешнего вида программы:



2. Предусмотреть возможность выбора вида проекции пользователем, например, с помощью элемента QComboBox.
3. Первые три проекции отобразить без перспективных искажений. Для четвёртой предусмотреть возможность отдаления/приближения и поворота фигуры клавишами или с помощью мыши.
4. Во всех проекциях нужно отобразить на экране только каркас фигуры, т.е. только рёбра объектов. Трёхмерные объекты хранить в памяти как массив многоугольников (не массив отрезков).

5 .Вывод необходимых формул для построения всех проекций. Указать какие матрицы используются для построения всех четырёх проекций изображений и в какой последовательности они умножаются.

Теоретические сведения

Аффинные преобразования в пространстве

По аналогии с двумерным случаем, введём в пространстве однородные координаты. *Однородными координатами* точки (x, y, z) в трёхмерном пространстве называется четверка одновременно не равных нулю чисел $x_0 : y_0 : z_0 : h$, связанных следующим соотношениями:

$$x = \frac{k_x}{h}, \qquad y = \frac{k_y}{h}, \qquad z = \frac{k_z}{h}, \qquad h \neq 0.$$

Так же как и в двумерном случае, запишем матрицы аффинных преобразований в пространстве.

1. Матрица вращения на угол φ вокруг оси абсцисс:

$$\boldsymbol{R_x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Матрица вращения на угол ψ вокруг оси ординат:

$$\boldsymbol{R_y} = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & 0 & -\sin(\psi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\psi) & 0 & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Матрица вращения на угол χ вокруг оси аппликат:

$$\boldsymbol{R_z} = \begin{pmatrix} \cos(\chi) & \sin(\chi) & 0 & 0 \\ -\sin(\chi) & \cos(\chi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Обратим внимание, что матрицы вращения превращаются в единичную матрицу, если угол поворота равен нулю.

4. Матрица масштабирования (растяжения/сжатия):

$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где

$k_x > 0$ – коэффициент растяжения (сжатия) вдоль оси абсцисс;
$k_y > 0$ – коэффициент растяжения (сжатия) вдоль оси ординат;
$k_z > 0$ – коэффициент растяжения (сжатия) вдоль оси аппликат.

5. Матрица отражения относительно плоскости Oxy:

$$\boldsymbol{M_z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Матрица отражения относительно плоскости Oxz:

$$\boldsymbol{M_y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

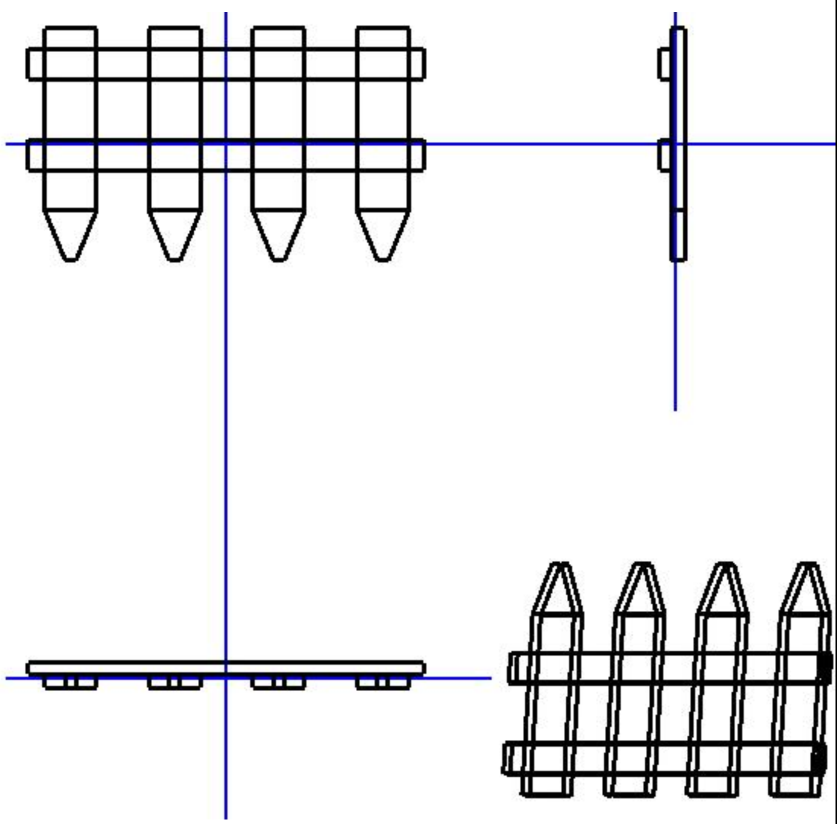
7. Матрица отражения относительно плоскости Oyz:

$$\boldsymbol{M}_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

8. Матрица переноса вдоль вектора $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$:

$$\boldsymbol{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таблица

№	Рисунок	Входные данные
1		Количество вертикальных досок в заборе