Лабораторная работа №1
Моделирование базовой случайной величины

Цель работы: построить датчик базовой случайной величины по заданному алгоритму и выполнить тестирование датчика на соответствие основным свойствам базовой случайной величины.

Описание объекта моделирования

Определение базовой случайной величины приведено в разделе 4.3.1. Каждый вариант задания (таблица П2.1) лабораторной работы содержит описание алгоритма моделирования базовой случайной величины – датчика z. Поэтому, во-первых, реализуется датчик базовой случайной величины, а во-вторых, статистическими тестами проверяются два свойства этого датчика:

– равномерность распределения чисел, выдаваемых датчиком на интервале (0, 1): $z_i \in R[0,1],\ i=\overline{1,n}$, где n – размер выборки на периоде T –датчика базовой случайной величины;

– статистическая независимость $z_i,\ i=\overline{1,n}$.

Проверка равномерности распределения z по выборке z_1, z_2, …, z_n реализуется определением эмпирических вероятностных характеристик – моментов (математического ожидания $\hat{M}$ и дисперсии $\hat{D}$), распределений и их сравнением с теоретическими характеристиками равномерного распределения $R[0,1]$.

1. Моменты:

Математическое ожидание

$$\hat{M} = \frac{\sum_{i=0}^{n} z_i}{n}, \tag{П2.1}$$

Теоретическое значение $M = \dfrac{1}{2}$.

Дисперсия $$\hat{D} = \frac{\sum_{i=0}^{n}\left(\left(z_i\right)^2 - M^2\right)}{n}, \tag{П2.2}$$

Теоретическое значение $D = \dfrac{1}{12}$.

2. Проверка равномерности распределения может быть выполнена с применением частотного теста.

Последовательность проведения частотного теста, следующая:

- Интервал [0,1] разбить на K равных отрезков, например, K =10.
- Подсчитать, сколько чисел z_i попало в каждый из k отрезков, то есть число попадания n_1, …, n_k.

– Найти относительные частоты попаданий в отрезки: $p_1=n_1/n$, …, $p_k=n_k/n$.
– Построить гистограмму частот p_1, …, p_k на K отрезках интервала [0,1].

На рис. П2.1 приведен пример гистограммы для мультипликативно-конгруэнтного датчика базовой случайной величины с периодом T=508 (модуль m=509 – простое число) и числом интервалов K=10.

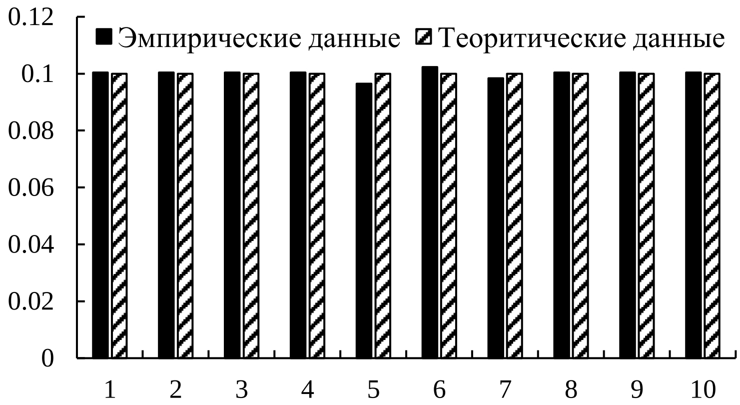

Рис. П2.1. Гистограмма распределения базовой случайной величины

Простейшую проверку статистической независимости базовой случайной величины можно осуществить, оценивая линейную корреляцию между числами z_i и z_{i+s}, отстоящими друг от друга в псевдослучайной последовательности на фиксированный шаг $s \geq 1$. Тогда во всей выборке z_1, z_2, …, z_n имеем следующие (n–s) реализаций пар: $(z_1,z_{1+s}),(z_2,z_{2+s})\ ,...,(z_{n-s},z_n)$.

По этим реализациям можно рассчитать оценку $\hat{\boldsymbol{R}}$ коэффициента корреляции для значений базовой случайной величины по формуле

$$R = 12\frac{1}{n-s}\left(\sum_{i=1}^{n-s} z_i z_{i+s}\right) - 3 \qquad (П2.3)$$

На рис. П2.2 приведен пример графиков зависимости коэффициента корреляции R для s=2, s=5, s=10 мультипликативно-конгруэнтного датчика базовой случайной величины с периодом T=508.

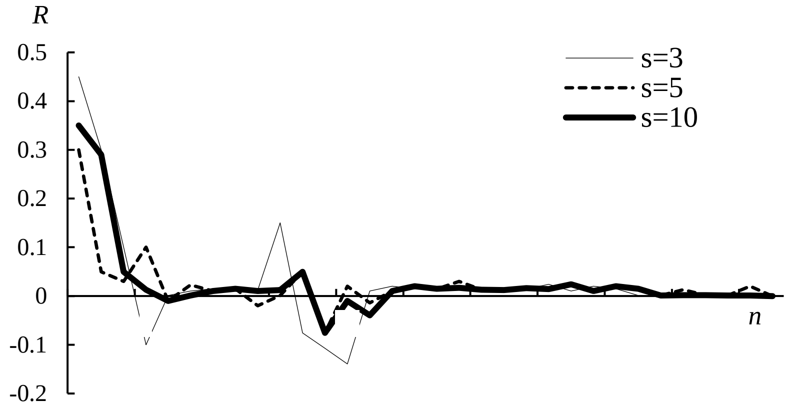

Рис. П2.2. Графики зависимости коэффициента корреляции

Порядок выполнения работы

1. Построить датчик базовой случайной величины с периодом T>500.

2. Оценить математическое ожидание $\hat{M}$ и дисперсию $\hat{D}$ псевдослучайных значений z_i и сравнить их с теоретическими значениями M и D.

3. Проверить датчик базовой случайной величины на равномерность и построить гистограмму распределения относительных частот p_1, …, p_k на K отрезках интервала [0,1].

4. Проверить датчик базовой случайной величины на независимость, определяя коэффициент корреляции для разных значений s и n. Построить в одном графическом окне графики зависимости $R=f(n)$ для s=2, s=5, s=10.

5.Ооформить отчет о проделанной работе.

Содержание отчета

1. Цель, задание и последовательность выполнения работы.

2. Результаты сравнений математического ожидания и дисперсии псевдослучайных значений z_i с теоретическими значениями M и D.

3. Гистограмма распределения относительных частот попаданий псевдослучайных величин в отрезки интервала [0,1].

4. Графики зависимости коэффициента корреляции для s=2, s=5, s=10.

5. Выводы о результатах моделирования базовой случайной величины.