

Часть 1. Задачи

1. Задача об остывании кофе

1.1 Разработать компьютерную программу для численного решения уравнения теплопроводности Ньютона при помощи метода Эйлера.

1.2 Используйте различные константы γ для нахождения приближенного значения, которое соответствует “реальным”, приведенным в таблице 1.1

Убедитесь, что выбранное вами значение шага достаточно мало и не оказывает влияния на получающуюся у вас зависимость температуры от времени. Ответьте на следующие вопросы:

- Применим ли закон теплопроводности Ньютона к чашке кофе?
- В тех случаях, когда коэффициент γ гораздо больше или меньше единицы, что это говорит о нашем выборе единиц измерения времени?
- Увеличилось бы или уменьшилось значение коэффициента остывания γ , если бы чашка была со специальной теплоизоляцией?

1.3 Начальная разность температур между кофе и окружающей средой равна 61°C . Сколько времени надо остужать кофе, чтобы эта разность температур составила $61/2=30.5^\circ\text{C}$? Через какое время разность температур уменьшится до $61/4$ и $61/8$? Прежде чем проводить вычисления на компьютере, попытайтесь из простых соображений предугадать свои результаты.

1.4 Постройте график зависимости температуры от времени (вручную). Нанесите на тот же график данные из таблицы 1.1.

1.5 Предположим, что начальная температура кофе 90°C , однако наслаждаться кофе можно, когда температура опустится ниже 75°C . Допустим, что при 90°C добавление молока понижает температуру кофе на 5°C . Если

Таблица 1.1: Остывание чашки кофе, помещенной в керамический стакан. Температура регистрировалась с точностью 0.1°C . Температура окружающего воздуха равнялась 22.0°C

Время, мин	$T^{\circ}\text{C}$	Время, мин	$T^{\circ}\text{C}$
0	83.0	8.0	64.7
1.0	77.7	9.0	63.4
2.0	75.1	10.0	62.1
3.0	73.0	11.0	61.0
4.0	71.1	12.0	59.9
5.0	69.4	13.0	58.7
6.0	67.8	14.0	57.8
7.0	66.4	15.0	56.6

вы торопитесь и хотите охладить кофе как можно быстрее, будете ли вы добавлять сначала молоко и ждать пока кофе остынет, или же подождете до тех пор, пока кофе остынет до 80°C , а затем добавите молоко? Несмотря на то, что вы, возможно, знаете ответ, используйте свою программу для моделирования этих двух случаев. Такой способ моделирования “что будет, если” применительно к “динамическим системам” часто используется в стратегических исследованиях.

1.6 С помощью программы вычислите температуру в момент $t = 1$ мин с шагами $\Delta t = 0.1, 0.05, 0.025, 0.01$ и 0.005 . Выберите значение коэффициента γ , соответствующее реальному процессу. Постройте таблицу, содержащую разность между точным и численным решениями как функцию Δt . Будет ли эта разность убывающей функцией Δt ? Если шаг уменьшить в два раза, как изменится разность? Нарисуйте график разности как функцию Δt .

1.7 Какой необходимо выбрать величину шага Δt , чтобы достигалась точность 0.1% в момент времени $t=1$? Какой необходимо выбрать величину шага Δt , чтобы достигалась точность 0.1% в момент времени $t=5$?

2. Одномерное движение

2.1 Разработать компьютерную программу, в которой будет представлена простая реализация метода Эйлера применительно к задаче о движении