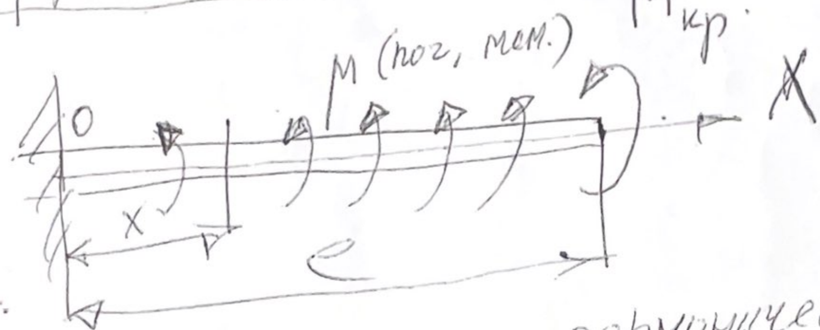
частота вынужденных колебаний — $p \approx 10$

$GJ_{кр}$ — изгибн[illegible] жесткость балки ([illegible]

Крутильные колебание



Уравнение вынужденных гармонических колебаний после разделение переменных (τ и X). τ — время.

прогиб балки? поперечная нагрузка (погон. или момен[illegible]

$$① \quad (GJ_{кр}\varphi')' - p^2 J_m \varphi = m; \quad ' \text{ — произв. по } X.$$

т.е. $\varphi' = \dfrac{d\varphi}{dX}$, φ — угол закручивания.

$$①' \quad \underline{\text{Гр. условия.}} \quad \varphi(0) = 0; \quad M_{кр}(e) = \left(GJ_{кр}\frac{d\varphi}{dX}\right)_{X=e} = M.$$

Уравнение (1) приведем к первой производной интегрируя $\int\limits_x^e \ldots dX$

$$② \quad \left(GJ_{кр}\varphi'\right)_{X=e} - \left(GJ_{кр}\varphi'\right) - p^2 \int\limits_X^e J_m \varphi \, dX = \int\limits_X^e m \, dX.$$

$\left(GJ_{кр}\varphi'\right)_{X=e} = M_{кр}$ — это сосредоточенный момент на конце при $X = e$.

Уравнение (2) принимает вид

$$(3)\quad -(GJ_{кр}\cdot\varphi') - p^2\int_x^{\ell} J_m\varphi\,dx = \int_x^{\ell} M\,dx - M_{кр}$$

Далее проводя мысль о первой производной запишем

$$\int_0^x \varphi'\,dx = \varphi\Big|_0^x = \varphi(x) - \varphi(0) = \varphi(x) \text{ или просто } \varphi.$$

$\varphi(0)=0$ из гр. условий $(1')$.

Теперь (3) примет вид

$$-(GJ_{кр}\varphi') - p^2\int_x^{\ell} J_m\,dx\int_0^x\varphi'\,dx = -M_{кр}$$ (здесь погонный кр. момент $M=0$)

в матричной форме

$$\left([GJ] + p^2[J_2][J_m][J_1]\right)\{\varphi'\} = M\{e\},\quad \{e\} = \begin{Bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{Bmatrix}.$$

$$[GJ]\{\varphi'\} = \underbrace{\{M\} - p^2[J_2][J_m][J_1]\{\varphi'\}}_{K};$$

$$[\varphi']\begin{Bmatrix}GJ_1\\GJ_2\\\vdots\\GJ_n\end{Bmatrix} = \{K\};\quad \{GJ\} = [\varphi']^{-1}\{K\}.$$

Здесь φ' – изв. из эксперимента.

$m = m(x)$ – распределенная масса балки ?

? J_m – пог. масс. мом. инерции

$$J_m = J_p \cdot \rho, \quad \rho = \frac{\gamma}{g},$$

γ – уд. вес конструкции ?

g – уск. св. падения 9,8 $м/с^2$?

J_p – пол. ярный мом. инерции

относит. оси вращен. ?

[illegible]